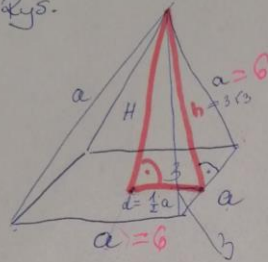


PRZYPOMNIENIE PRZED EGZAMINEM:

<http://matematyka.pisz.pl/strona/3454.html>

z. 43.5 204

Rys.



$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Wszystkie krawędzie mają taką samą długość a
czyli ściany boczne są trójkątami
równobocznymi



Czyli powierzchnie boczne to 4 trójkąty
równoboczne: $P_b = 4 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = a^2\sqrt{3}$

tr. równoboczny

Wiemy, że $P_b = 36\sqrt{3}$

$$a^2\sqrt{3} = 36\sqrt{3}$$

$$a^2 = 36$$

$$a = \sqrt{36} = 6$$

(str. 94)

$h = ?$ - To wysokość trójkąta równobocznego
niech korzystam ze wzoru: $h = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{6\sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3}$

$$d = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$$

Tw. Pitagorasa (Trójkąt prostokątny
- przeciwokątne, bok b, bok a
i wysokość ostrosłupa)

$$17^2 = H^2 + x^2$$

$$H^2 = 17^2 - x^2$$

$$H^2 = 17^2 - 8^2$$

$$H^2 = 289 - 64$$

$$H^2 = 225$$

$$H = \sqrt{225} = 15$$

$$(8\sqrt{2})^2 = 64 \cdot 2 = 128$$

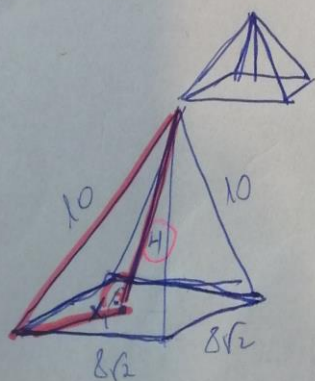
Czyli objętość I ostrosłupa będzie:

$$V_I = \frac{1}{3} P_p \cdot H = \frac{1}{3} (8\sqrt{2})^2 \cdot 15 =$$

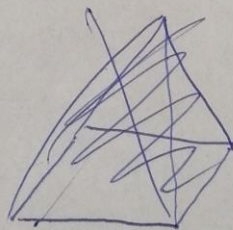
$$= \frac{1}{3} \cdot 64 \cdot 2 \cdot 15 = 128 \cdot 5 = 640$$

Zajmujemy się tym małym ostrosłupem (II)

(rys. do góry nogami)



$$x_1 = 8$$



Z Tw. Pitagorasa

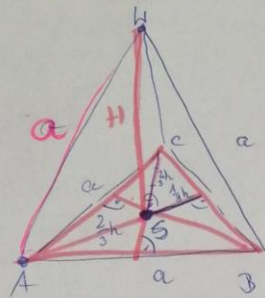
$$10^2 = H^2 + x_1^2$$

$$100 = H^2 + 8^2$$

$$H^2 = 100 - 64 = 36$$

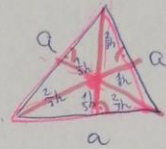
$$H = 6 !$$

$$\sqrt{36} = 6$$



$$V = 2\sqrt{2} a^3$$

245204



Pole podstawy a polestawa to $P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2} \quad \swarrow \text{Wysokość}$$

$$\frac{2}{3} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

Wyznaczymy H , korzystając z Tw. Pitagorasa dla $\triangle ASH$

$$a^2 = H^2 + \left(\frac{2}{3}h\right)^2$$

$$H^2 = a^2 - \left(\frac{2}{3}h\right)^2$$

$$H^2 = a^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{3} = a^2 - \frac{1}{3}a^2 = \frac{2}{3}a^2$$

$$H = \sqrt{\frac{2}{3}a^2} = a\sqrt{\frac{2}{3}} = a\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{3}$$

Zapisujemy wzór na objętość i wyliczamy a .

Objętość
Mnożymy.

$$V = \frac{1}{3} \cdot P \cdot H$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a\sqrt{6}}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{18}}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2 \cdot 9}}{12} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^3 \sqrt{2}}{4} = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$$

$$H^2 + d^2 = h^2$$

$$H^2 = h^2 - d^2$$

$$H^2 = (3\sqrt{3})^2 - 3^2$$

$$H^2 = 9 \cdot 3 - 9 = 27 - 9 = 18$$

$$H = \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = 3\sqrt{2}$$

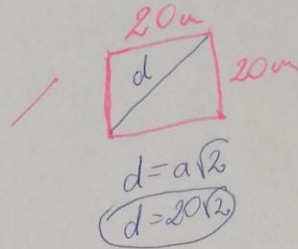
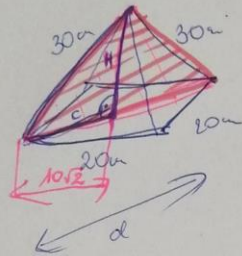
Odp. Wys. ostrostopa

$$\text{na } \boxed{3\sqrt{2}}$$

Wzrost do 200

Zad 47 str. 204.

Rysunek:



Trójkąt zawierający nieznane odcinki boków
i przekątne podstawy tej kolumny.

$$d = a\sqrt{2} \text{ to } d = 20\sqrt{2}$$

$$c = \frac{1}{2} \cdot 20\sqrt{2} = 10\sqrt{2}$$

$$H = ?$$

$$30^2 = H^2 + c^2$$

$$H^2 = 30^2 - c^2$$

$$H^2 = 30^2 - (10\sqrt{2})^2$$

$$H^2 = 900 - 200 = 700$$

$$H = \sqrt{700} = \sqrt{7 \cdot 100} = 10\sqrt{7}$$

Obl. pole trójkąta równego.

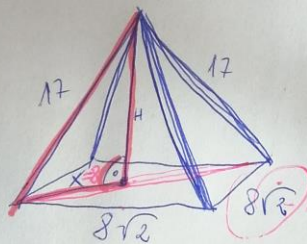
$$P_{tr} = \frac{20\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{7}}{2} = 100\sqrt{14}$$

Zad 45 str. 204.
(Podręcznik)

Aby obliczyć objętość otrzymanej bryły,
leżała od objętości dużej bryły odjąć
objętość małej bryły.

$$V_0 = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

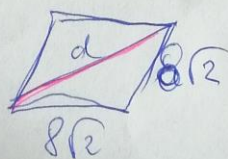
I duży ostrosłup. (do górnej nogami nie
mierzono)



$$V = \frac{1}{3} P_p \cdot H$$

x - to pole powierzchni przekrojonej podstawy.

A przekrojem podstawy ma jakąś
długość?



$$d = a\sqrt{2}!$$

$$d = 8\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 16$$

x - pole powierzchni d ugi 8.

$$V_{II} = \frac{1}{3} q_p \cdot H = \frac{1}{3} \cdot (8\sqrt{2})^2 \cdot 6 = 64 \cdot 2 \cdot 2 = 128 \cdot 2 = 256$$

Obliczam objętość bryły:

$$V_{III} = V_I - V_{II}$$

$$V_{III} = 640 - 256 = 384 [j^3]$$

Odp. Objętość drugiej bryły wynosi $384 [j^3]$